



2 Desarrollo de las unidades

UNIDAD 1

2.1

Funciones exponenciales

2.1.1. Capacidades

- Interpreta las principales características de una función exponencial a partir de su expresión analítica y su representación gráfica.

2.1.2. Temas

- Concepto de función exponencial.
- Representación analítica de funciones exponenciales.
- Gráfico de una función exponencial.
- Características de una función exponencial: dominio, rango o recorrido, intervalos de crecimiento, extremos, paridad, continuidad.

2.1.3. Evaluación diagnóstica

Como prueba diagnóstica sugerimos algunas actividades sobre: resolución de problemas, representación de una función, propiedades de la potenciación, por considerarlas como base para el inicio de esta unidad.

2.1.4. Sugerencias didácticas

2.1.4.1. Página de apertura

El problema con que se inicia esta unidad, habla sobre «contar chistes», una de las formas más frecuentes de hacer de un momento, una experiencia agradable. Sería interesante compartir opiniones sobre la influencia de la risa, manifestación de la alegría, en la conducta de las personas.

Proponemos hacer con los estudiantes, una actividad similar a la mencionada en el problema que se adecue a la situación de aula y sacar conclusiones. Disfrutarán de un momento agradable.

2.1.4.2. Abordaje de los temas

En esta unidad partimos de una situación de la vida real para llegar al concepto de una función exponencial, siguiendo estos pasos:

- Planteamos el problema.
- Construimos una tabla que nos ayude a encontrar una ecuación para resolver el problema.
- Observamos el comportamiento de la tabla y generalizamos escribiendo la función exponencial.
- Concluimos con el concepto de función exponencial.

En el gráfico de dos o más funciones exponenciales, es importante compararlas a fin de analizar y comprender el comportamiento de las mismas para luego extraer conclusiones sobre cualquier función exponencial.

Presentamos varias situaciones en las que se aplican las funciones exponenciales en otras ciencias como la Economía, Cien-

cias Naturales e Historia. Se promueve de esta forma el trabajo integrado entre las distintas disciplinas.

Estas permiten la realización de trabajos de investigación sobre:

- Intereses que pagan los Bancos, Financieras y Cooperativas en la actualidad.
- La población indígena de la Región Oriental y de la comunidad si las hubiera.
- Caracteres morfológicos y fisiológicos que forman las bacterias.

Algunos ejemplos están resueltos, siguiendo los pasos de Polya en los que se formulan estas u otras preguntas al alumno ¿De qué otra manera se puede resolver este problema? ¿Qué procesos hemos seguido? ¿Es coherente la respuesta con el enunciado del problema? ¿Es correcto el resultado obtenido? ¿Por qué favorece la metacognición?

Orientaciones para facilitar la metacognición

Para que el estudiante incorpore y use eficientemente la metacognición, es importante observarlo y retroalimentarlo durante el proceso de resolver problemas.

La discusión entre grupos pequeños de estudiantes al resolver problemas puede ayudar al desarrollo de la competencia. Schoenfeld recomienda que el docente monitoree el trabajo de cada uno de los grupos y los haga reflexionar con preguntas tales como: ¿Qué están haciendo? ¿Por qué lo están haciendo? ¿Qué harán con los resultados cuando los obtengan?

Además, es importante que los integrantes del grupo respeten las ideas de cada participante y que al final, ellos mismos realicen la metacognición, es decir:

- describan el proceso seguido,
- fundamenten cada paso y
- reflexionen.

Algunas preguntas que servirán para la metacognición son:

- ¿Cómo llegué al resultado?
- ¿Cómo sé que la solución que obtuve es correcta?
- ¿Puedo encontrar otra forma o método para resolver este problema?
- ¿Qué aspecto no me quedó bien claro?
- ¿Qué estrategia utilicé para resolver el problema?
- ¿En qué me puede ayudar la solución de este problema?
- ¿Cuál es el camino más viable?



Las actividades de retroalimentación se pueden realizar en grupos utilizando la estrategia del aprendizaje cooperativo.

Orientaciones para el trabajo cooperativo

Para utilizar esta estrategia que nos permite el desarrollo de capacidades que interactúan en la resolución de problemas debemos:

- Organizar los grupos que deben ser heterogéneos y pequeños.
- Elaborar guías de trabajo que respondan a las capacidades que se desea lograr.
- Distribuir las actividades por grupos. Es importante que el grupo realice el trabajo en colaboración con todos los miembros teniendo presente la actitud de escucha entre ellos.
- Presentar los trabajos de cada grupo al grupo-curso en la modalidad concertada por los mismos.
- Evaluar el trabajo realizado de acuerdo a los indicadores establecidos por el docente.

2.1.4.3. Algunos indicadores de evaluación

- Representa gráficamente una función exponencial.
- Identifica gráficamente si la función exponencial es creciente (o decreciente).
- Identifica sin graficar si una función exponencial es creciente (o decreciente).
- Estudia el comportamiento del gráfico de una función exponencial.
- Identifica los datos de un problema que involucra la utilización de una función exponencial.
- Reconoce la incógnita de una situación problemática que involucra la utilización de una función exponencial.
- Aplica la función exponencial en la resolución de problemas.
- Colabora sin decir la solución del problema.
- Demuestra esfuerzo para llegar a la solución de un problema

2.1.4.4. Actividades complementarias

Las siguientes actividades pueden servir para retroalimentar los temas desarrollados en esta unidad.

A 1 Propuesta de actividad

TEMA Funciones exponenciales.

OBJETIVO Interpreto el gráfico de la función exponencial.

DESARROLLO Planteamos como situación de aprendizaje el siguiente problema que está asociado a las Ciencias Naturales:

- Hallamos la función exponencial de un cultivo de 3 000 bacterias cuya población aumenta 1,5 veces cada 15 minutos. Calculamos también cuántas bacterias habrá en 5 horas.

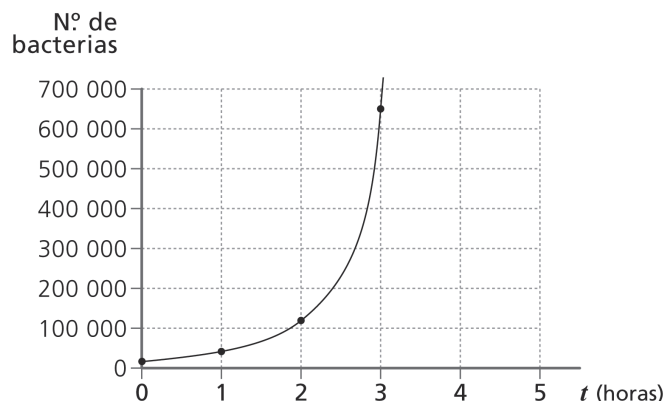
Como en una hora hay 4 veces 15 minutos, multiplicamos por 1,5: $1,5 \times 4 = 6$, que será la base de la función exponencial

- Construimos la tabla.

t (horas)	Cálculo	Nº de bacterias
1	$3\,000 \cdot 6$	18 000
2	$3\,000 \cdot 6^2$	108 000
3	$3\,000 \cdot 6^3$	648 000
4	$3\,000 \cdot 6^4$	3 888 000
5	$3\,000 \cdot 6^5$	23 328 000

Teniendo en cuenta el comportamiento de la tabla escribimos la función: $N(t) = 3\,000 \cdot 6^t$

- Graficamos la función.



Una vez graficada la función proponemos al alumno y alumna formular y contestar preguntas tales como:

- ¿Cuál sería la población de bacterias al cabo de 2 horas aproximadamente?
- ¿Para qué valor de t la población es de aproximadamente 700 000 bacterias?
- ¿Qué sucede a medida que aumentan las horas?

A 2 Propuesta de actividad

TEMA Deducción e interpretación geométrica de la función exponencial.

OBJETIVO Deduzco la función exponencial a través del área de figuras geométricas planas.

MATERIALES Papel cuadriculado, regla, lápiz.
En la computadora se puede usar el Software «Power Point».



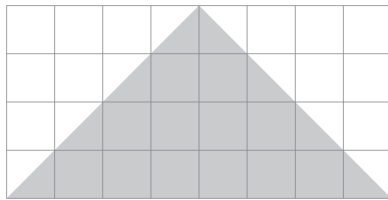
DESARROLLO a. Teniendo en cuenta las gráficas siguientes, calculamos las áreas pintadas en cada triángulo:



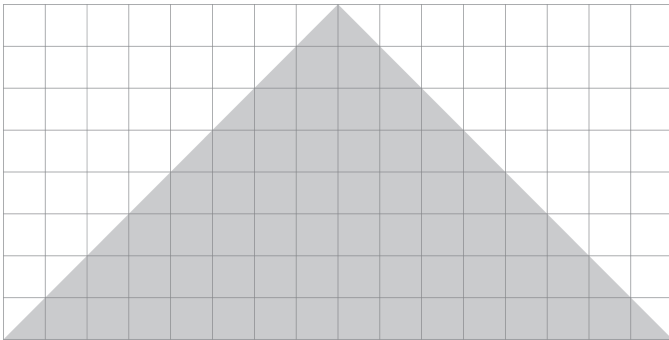
1. $2^1 = 2$ y su mitad 1. (Parte pintada)



2. $2^3 = 8$ y su mitad 4. (Parte pintada)



3. $2^5 = 32$ y su mitad 16. (Parte pintada)



4. $2^7 = 128$ y su mitad 64. (Parte pintada)

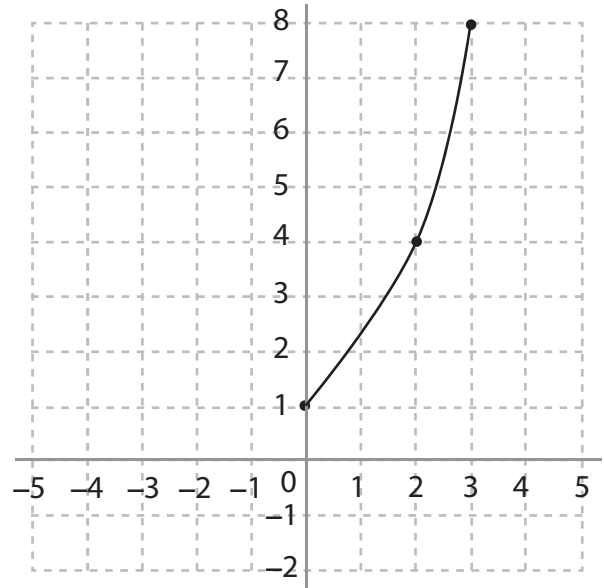
b. Construimos una tabla con los datos obtenidos:

Número de orden	Área pintada de cada triángulo	
1	1	2^0
2	4	2^2
3	16	2^4
4	64	2^6

c. Generalizamos escribiendo la función área.

$$y = 2^n; n > 0$$

d. Graficamos.



e. Analizamos la función:

- Es una función exponencial creciente.
- La función se desplaza en los cuadrantes I y II.
- Intercepta el eje «y» en el punto (0, 1).
- Para valores negativos de x, se aproxima al eje «x» sin tocarlo; en cambio, para valores positivos de x la función crece indefinidamente.

f. Respondemos:

- ¿Por qué es necesario restringir los valores de n?
- ¿Cuáles serían las representaciones cuando $n = 2$ y $n = 4$?

A 3 Propuesta de actividad

TEMA Funciones exponenciales.

OBJETIVO Deduzco la función exponencial en situaciones problemáticas.

Analizo el gráfico de una función exponencial.

DESARROLLO En el laboratorio Omega se experimentó la masa de una sustancia radioactiva que pierde el 1,5% de su masa por día. Dicha sustancia tenía inicialmente una masa de 2 kg.



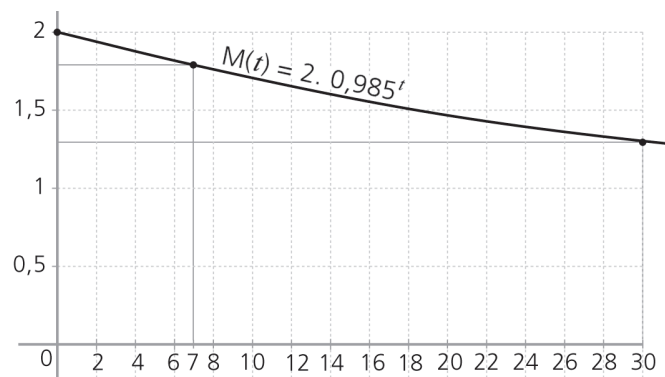
1. Calculamos el valor de la masa en kilogramos y en gramos.
2. Escribimos la función que representa el comportamiento de dicha sustancia y expresamos en forma general.
3. Graficamos la función.
4. Analizamos el gráfico.

a. La sustancia radioactiva pierde el valor de su masa por día, por semana, por mes, por año, o sea, va cambiando a medida que pasa el tiempo. El porcentaje es: $100\% - 1,5\% = 98,5\%$; o sea $0,985$.

En una tabla expresamos el comportamiento de la sustancia.

Tiempo (días)	Masa en kilogramos $M(t)$	Masa en gramos
0	2	2 000
1	$2 \cdot 0,985 = 1,97$	1 970
7 (1 semana)	$2 \cdot 0,985^7 = 1,79$	1 790
30 (4 semanas)	$2 \cdot 0,985^{30} = 1,270$	1 270
365 (52 semanas)	$2 \cdot 0,985^{365} = 0,008$	8

- b. La función es: $2 \cdot 0,985^t$ o sea $M(t) = 2 \cdot 0,985^t$ que en términos generales es: $f(x) = k \cdot a^x$ donde $a > 0$.
- c. Graficamos.



- d. Concluimos que la función exponencial va decreciendo porque la masa va disminuyendo a medida que pasa el tiempo.